

I PARCIJALNI ISPIT IZ KOMUTATIVNE ALGEBRE

1. Neka je N nilradikal prstena A . Dokazati da su slijedeći uslovi međusobno ekvivalentni:
 - a) A ima tačno jedan prost ideal
 - b) Svaki element iz A je invertibilan ili nilpotentan
 - c) A/α je polje
2. Dokazati da ako su M i N glatki A -moduli onda je i $M \otimes_A N$ gladak A -modul.
3. Neka je A oblast cijelih, a M A -modul. Element $x \in M$ zove se torzioni element ako je $Ann(x) \neq 0$. Torzioni elementi A -modula M čine podmodul A -modula M koji označavamo sa $T(M)$ i zovemo torzioni podmodul modula M . Ako je $T(M) = 0$, tada se kaže da je M modul bez torzije. Dokazati slijedeće tvrdnje:
 - a) A -modul $M/T(M)$ je modul bez torzije
 - b) Ako je $f : M \rightarrow N$ A -homomorfizam, tada je $f(T(M)) \subseteq T(N)$.