XIII V J E Ž B E

LINEARNA PRESLIKAVANJA. MATRICA LINEARNOG PRESLIKAVANJA. ALGEBRA LINEARNIH PRESLIKAVANJA

- Definicija linearnog preslikavanja
- Definicija jezgra i slike linearnog prostora
- Definicija raga i defekta linearnog preslikavanja
- Definicija regularne transformacije

1. Neka je V vektorski prostor vektora u ravni i S simetrija ravni s obzirom na $x-$osu. Simetriji S pridružiti preslikavanje vektorskog prostora V, pokazati da je to preslikavanje linearno. Preslikavanju S u odnosu na neku bazu prostora V pridružiti matricu S.

2. Neka je V vektorski prostor vektora u $\mathbb{R}^3$ i P ortogonalna projekcija na xOy ravan. Projekciji P pridružiti preslikavanje vektorskog prostora V, pokazati da je to preslikavanje linearno. Preslikavanju P u odnosu na neku bazu prostora V pridružiti matricu P.

3. Dokazati da je preslikavanje $A:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definisano sa: $A\big((a,b)\big)=(a+b,a-b,a)$ Linearno, a zatim odrediti matricu preslikavanja A u odnosu na kanonske baze prostora $\mathbb{R}^3$ i $\mathbb{R}^2$. Odrediti baze i dimenzije prostora $KerA$ i $\operatorname{Im} A$.

4. Ako su x, y, z linearno nezavisni vektori u prostoru V, dokazati da su takvi i $x+y, y+z$ i $z+x$. Neka je $\{x, y, z\}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$ i $A:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ linearan operator definisan matricom $A=\begin{bmatrix} -1 & -2 & -5 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ u bazi $\{x, y, z\}$. Naći matricu operatora A u bazi $\{x+y, y+z, z+x\}$.

5. Neka je A linearna transformacija vektorskog prostora V sa bazom $(a_1, a_2, ..., a_n)$. Dokazati da je linearna transformacija regularna ako i samo ako je niz vektora $A(a_1), A(a_2), ..., A(a_n)$ linearno nezavisan.

6. Neka je A transformacija vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ definisana sa: $A\big((x,y,z)\big)=(x+2y-z, y+z, x+y-2z)$
   a) Dokazati da je A linearna transformacija;
   b) Odrediti baze i dimenzije prostora $KerA$ i $\operatorname{Im} A$;
   c) Odrediti matricu transformacije A u odnosu na kanonsku bazu prostora $\mathbb{R}^3$;

d) Ispitati da li vektori $a_1 = (1,1,1)$, $a_2 = (0,2,1)$ i $a_3 = (1,0,1)$ čine bazu prostora $\mathbb{R}^3$;

e) Naći matricu transformacije A u odnosu na bazu (a_1, a_2, a_3).

7.