

LINEARNA ALGEBRA

Sistemi linearnih jednačina

1. Naći partikularno i opšte rješenje sistema jednačina:

$$2x - 3y + 6z + 2v - 5w = 3$$

$$y - 4z + v = 1$$

$$v - 3w = 2$$

2. Gaussovom metodom riješiti slijedeće sisteme linearnih jednačina:

$$x + 2y - 3z = -1$$

$$2x + y - 2z = 10$$

a) $3x - y + 2z = 7$

b) $3x + 2y + 2z = 1$

$$5x + 3y - 4z = 2$$

$$5x + 4y + 3z = 4$$

3. Odrediti vrijednost parametra a tako da sistem jednačina:

$$x + y - z = 1$$

$$2x + 3y + az = 3$$

$$x + ay + 3z = 2$$

po nepoznatim x, y i z : a) nema rješenje b) ima više od jednog rješenje
c) ima jdninstveno rješenje.

4. Koje uslove moraju zadovoljavati parametri a, b i c , tako da sistem:

$$x + 2y - 3z = a$$

$$2x + 6y - 11z = b$$

$$x - 2y + 7z = c$$

ima rješenje po nepoznatim x, y i z .

5. Uvođenjem matrice i proširene matrice sistema riješiti slijedeće sisteme jednačina:

$$5x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 7$$

$$x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8$$

a) $2x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1$

b) $4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9$

$$x_1 - 3x_2 - 6x_3 + 5x_4 = 0$$

$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7$$

$$x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 12$$

6. Riješiti sistem linearnih jednačina:

$$(m+1)x + y + z = 2 - m$$

$$x + (m+1)y + z = -2$$

$$x + y + (m+1)z = m$$

gdje je m realan parametar.

7. Dat je homogeni sistem jednačina:

LINEARNA ALGEBRA

$$x + y - z + 2u = 0$$

$$2x + y + z + 5u = 0$$

$$x + 10y - 6z + u = 0$$

$$4x + (2\lambda - 1)y + (\lambda - 2)z + 9u = 0$$

gdje je $\lambda \in \mathbb{R}$. Za razne vrijednosti parametra λ odrediti jednu bazu i dimenziju podprostora $S \subset \mathbb{R}^4$ koji je generisan rješenjima datog sistema.

8. Riješiti u \mathbb{Z}_{10} i diskutovati rješenja sistema jednačina (Kramerovom metodom):

$$2x + 3y = 5$$

$$\alpha x + 7y = 4$$

9. U prstenu \mathbb{Z}_{12} riješiti i diskutovati sistem:

$$3x + 2y = 7$$

$$x + \beta y = 5$$