

ZADACI IZ ALGEBRE 1 - grupa 4

1. Neka su H podgrupe grupe G . Dokazati:
 - (a) Za svako $x \in G$ i xGx^{-1} je takođe podgrupa od G
 - (b) $H^{-1} = H$
2. Dokazati da beskonačna grupa ima beskonačno mnogo različitih podgrupa.
3. Neka su H i K podgrupe grupe G , a x, y proizvoljni elementi iz G . Ako je $Hx = Ky$ dokazati da je $H = K$
4. Dokazati da za neprazan podskup K grupe G iz $a, b, c \in K$ slijedi $ab^{-1}c \in K$ ako i samo ako je K lijeva klasa za neku podgrupu H grupe G .
5. Neka su H i K podgrupe grupe G . Dokazati da je HK podgrupa grupe G ako i samo ako je $HK = KH$.
6. Dokazati da Abelova grupa koja ima dva različita elementa reda 2 sadrži i podgrupu reda 4.
7. Neka je

$$H = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 = 1\}$$

Da li je H podgrupa grupe $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus \{0\}$ s obzirom na množenje?

8. Neka je H podgrupa grupe G . Centralizator podgrupe H u G koji označavamo sa $C(H)$ definiše se sa

$$C(H) = \{x \in G \mid xh = hx, \forall h \in H\}$$

Dokazati da je $C(H)$ podgrupa grupe G .

9. Neka je G grupa i $Z(G)$ njen centar. Dokazati da je

$$Z(G) = \bigcap_{a \in G} C(a)$$

gdje je $C(a) = \{g \in G \mid ga = ag\}$ centralizator elementa a .

10. Naći sve podgrupe grupe $D_4!$