ZADACI IZ ALGEBRE 1 - grupa 5

1. Neka su A i B podgrupe grupe G. Stavimo da je

$$AB = \{ab \mid a \in A \; b \in B\}$$

   Dokazati:

   (a) $|A \times B| = |AB| \cdot |A \cap B|$

   (b) AB je podgrupa grupe G ako i samo ako je $AB = BA$

   (c) Ako je jedna od podgrupa A i B normalna podgrupa od G onda je AB podgrupa grupe G.

   (d) Ako su A i B normalne podgrupe tada je i AB normalna podgrupa od G

2. Pokazati da je skup $Sl(n, \mathbb{R})$ invertibilnih matrica $n-$tog reda nad poljem realnih brojeva koje imaju determinantu jednaku 1 normalna podgrupa linearne grupe $Gl(n, \mathbb{R})$

3. U aditivnoj grupi cijelih brojeva $(\mathbb{Z}, +)$ sa H je označena podgrupa svih brojeva djeljivih sa 4. Izvršiti razlaganje grupe $\mathbb{Z}$ po podgrupi H i naći faktorsku grupu $\mathbb{Z}/H$.

4. Neka je grupa G_2 homomorfna slika grupe G_1. Dokazati slijedeće:

   (a) Ako je H_1 normalna podgrupa grupe G_1 onda je i slika podgrupe H_1 normalana podgrupa grupe G_2

   (b) Ako je H_2 normalna podgrupa grupe G_2 onda je skup svih elemenata iz G_1 koji se slikaju na elemente iz H_2 normalna podgrupa grupe G_1

5. Naći sve lijeve i desne kalse podgrupe $3\mathbb{Z}$ u grupi $\mathbb{Z}$.

6. Naći particiju grupe $\mathbb{Z}_6$ na klase po podgrupi $H = \{0, 3\}$

7. Neka je H podgrupa grupe G. Dokazati da je

$$W = \bigcap_{g \in G} gHg^{-1}$$

   normalna podgrupa grupe G.

8. Odrediti red i ispisati elemente faktorske grupe $(\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_6)/\langle(0, 1)\rangle$.