ISPIT IZ KOMUTATIVNE ALGEBRE

1. Neka je A čiji svaki ideal koji nije sadržan u nilradikalu sadrži nenultu idempotentu. Dokazati da se nilradikal i Jacobsonov radikal prstena A podudaraju.

2. Neka je $0 \longrightarrow M' \longrightarrow M \longrightarrow M'' \longrightarrow 0$ egzaktni niz $A-$modula. Ako su M' i M'' konačno generisani $A-$moduli, dokazati da je i M konačno generisan $A-$modul.

3. Neka je A prsten i neka za svaki prost ideal p lokalni prsten A_p nema nilpotentnih elemenata različitih od nule. Pokazati da A nema nilpotentnih elemenata različitih od nule.

4. Neka je k polje a $k[x_1, \ldots, x_n]$ prsten polinoma. Dokazati da je svaki od ideala $\gamma_i = (x_i, \ldots, x_i)$ $(1 \leq i \leq n)$ prstena $k[x_1 \ldots, x_i]$ prost, a svaki γ_i-primaran ideal potencija ideala γ_i.

5. Neka je A cijelo zatvorena oblast, k polje razlomaka oblasti A, L konačno, normalno, separabilno proširenje polja k, a B cijelo zatvorenje prstena A u L. Tada je Galoaova grupa G polja L u odnosu na k konačna. Dokazati da je $\sigma(B) = B$ $\forall \sigma \in G$ i da je $B^G = A$.

6. Neka je M Noetherin $A-$modul. Pokazati da je $M[x]$ Noetherin $A[x]$-modul.

Studenti koji polažu prvi parcijalni rade 1,2,3. zadatak.
Studenti koji polažu drugi parcijalni rade 4,5,6. zadatak.
Studenti koji polažu cijeli ispit rade 1,2,5,6. zadatak.