

I KOLOKVIJ IZ ALGEBRE 1

1. Definisati slijedeće pojmove:

- a) (3 boda) Grupa
- b) (3 boda) Unutrašnji automorfizam grupe
- c) (3 boda) Normalna podgrupa

2. Dopuniti rečenice:

- a) (2 boda) Neka je G grupa i $a \in G$. Skup $\{g \in G : ga = ag\}$ zove se _____
- b) (2 boda) Neka je G grupa i neka je $a \in G$ takvo da je $|a| = n$. $\langle a^i \rangle = \langle a^j \rangle$ ako i samo ako je _____
- c) (2 boda) Red permutacije konačnog skupa napisane u obliku proizvoda disjunktnih ciklusa jednak je _____

3. Dokazati slijedeće teoreme:

- a) (5 bodova) Neka je G konačna Abelova grupa i p prost broj koji dijeli red grupe G . Tada G ima element reda p .
- b) (8 bodova) Za svaki pozitivan cio broj n vrijedi $Aut(\mathbb{Z}_n) \cong U(n)$.

4. Riješiti zadatke

- a) (6 bodova) Ako je H normalna podgrupa grupe G dokazati da je i centralizator grupe H takođe normalna podgrupa grupe G .
- b) (8 bodova) Da li grupa G reda 55 može imati tačno 20 elemenata reda 11? Obrazložiti odgovor!
- c) (8 bodova) U grupi S_n odrediti sve permutacije koje komutiraju sa ciklusom $p = (a_1, a_2, \dots, a_n)$.